

# **Rechner- und Betriebssysteme**

## **Analyse, Simulation und Entwurf**

Vorträge der NTG/GI-Fachtagung in Darmstadt  
vom 12. bis 14. April 1972

Wissenschaftlicher Tagungsleiter. Professor Dr.-Ing. R. Piloty

staltung  
des Deutscher Elektrotechniker (VDE)  
Gesellschaft für Informatik

g GmbH 1000 Berlin 12 Bismarckstraße 33

Die mittlere Verweilzeit in Teilnehmerrechensystemen bei optimaler Rechenzeit-, Arbeitsspeicher- und Transportkanalzuteilung.

Von Bernhard Walke

Mitteilung aus dem AEG-TELEFUNKEN Forschungsinstitut Ulm

## 1. Einleitung

In Teilnehmerrechensystemen ergibt sich die Aufgabe, bei gegebener Verarbeitungsgeschwindigkeit der Zentraleinheit, begrenztem Arbeitsspeicher für Benutzerprogramme und festgelegter Transportleistung der Kanäle zu den Hintergrundspeichern ein gefordertes Betriebsziel möglichst gut zu erreichen. Ein wichtiges Betriebsziel ist der größtmögliche Systemdurchsatz (Jobs/Zeiteinheit) bei gegebener mittlerer Verweilzeit der vom Teilnehmer gestellten Aufgabe.

Man wird nicht zulassen, daß durch die Berücksichtigung der häufig gestellten Forderung nach "gleichmäßiger Bedienung" aller Teilnehmer der Durchsatz erheblich abnimmt. Eine für das Optimierungsziel mittlere Verweilzeit gefundene Strategie der Zuteilung von Zentraleinheit, Arbeitsspeicher und Transportkanal kann diese zusätzliche Forderung berücksichtigen, indem noch verbliebene Freiheitsgrade ausgeschöpft werden /1/. Im folgenden wird allein der Teilnehmerbetrieb betrachtet, d. h. die Frage nach Regeln für die parallele Bearbeitung von Teilnehmeraufgaben und Stapelaufgaben wird nicht behandelt.

Der Preis einer Rechenanlage wird wesentlich durch die Größe des Arbeitsspeichers beeinflußt. Deshalb versucht man, mit möglichst kleinem Arbeitsspeicher auszukommen und durch geschickte Belegung des vorhandenen Arbeitsplatzes zu erreichen, daß die Zentraleinheit rechnen kann, solange Aufgaben warten. Es ist klar, daß dabei niemals dieselbe Ausnutzung der Zentraleinheit erzielbar ist, wie sie erreicht wird, wenn alle wartenden Aufgaben Platz haben. Man bemüht sich darum, eine Strategie zur Belegung des vorhandenen Arbeitsspeichers (Platzzuteilungsstrategie) zu finden, die möglichst gut einen unbegrenzten Arbeitsspeicher vortäuscht. In dieser Arbeit werden Platzzuteilungsstrategien für Arbeitsspeicher mit 2 und 3 Plätzen für (gleichgroße) Programme durch Simulation ermittelt und Vergleiche für die mittlere Verweilzeit bei gegebenem Durchsatz mit dem Ergebnis des Modells mit unbegrenztem Arbeitsspeicher angestellt. Die Simulation ist deshalb notwendig, weil schon für das einfache betrachtete Modell keine analytischen Aussagen gelingen. Bei der Simulation ist es möglich, sehr komplizierte Modelle mit vielen Eingabeparametern zu untersuchen. In der Regel sind jedoch nicht alle Einflußgrößen von gleicher Wichtigkeit. Es ist besser, ein einfacheres Modell mit wenigen Parametern gründlich zu durchschauen, als einige Ergebnisse für ein hochparametrisiertes Modell zu besitzen. Entscheidend dafür ist die Kenntnis der wichtigen Systemgrößen. Unter ihnen nimmt die Rechenzeitverteilung von Teilaufgaben (siehe später) einen ausgezeichneten Platz ein.

## 2. Modellbeschreibung, Einführung der Teilaufgabe

Das Modell berücksichtigt, daß die Bearbeitung von Programmen (Aufgaben) im Arbeitsspeicher aus einer Folge von Rechen- und Transportphasen besteht. Nach Bild 1a wird die Rechenzeit einer Aufgabe in Arbeit an Teilaufgaben der Aufgabe aufgespalten, zwischen denen jeweils ein für die Fortsetzung der Aufgabe notwendiger Ergänzungstransport erfolgen muß. Demnach ist die Rechenzeit  $t_R$  einer Teilaufgabe durch die Zeit gekennzeichnet, die der Rechner ununterbrochen an einer Aufgabe arbeiten kann, wenn sie ohne Konkurrenz anderer Aufgaben abgearbeitet wird. Nach Bild 1b gilt eine Teilaufgabe nicht als beendet, wenn die Rechenarbeit an ihr unterbrochen wird, um für eine Teilaufgabe einer anderen Aufgabe zu rechnen. Die unterbrochene Teilaufgabe wird

später fortgesetzt. Bei einer solchen Unterbrechung ist es zulässig, daß die zugehörigen Befehle und Daten in den Hintergrundspeicher verdrängt werden. Die verdrängte Teilaufgabe ist vor der Weiterbearbeitung wieder zu laden. Vor jeder Teilaufgabe ist ein Transport in den Arbeitsspeicher mit der Dauer  $t_T$  notwendig. Auch das Wiederladen einer verdrängten Teilaufgabe beansprucht die Zeit  $t_T$ . Das Verdrängen einer Teilaufgabe aus dem Arbeitsspeicher beansprucht im Modell keine Zeit.

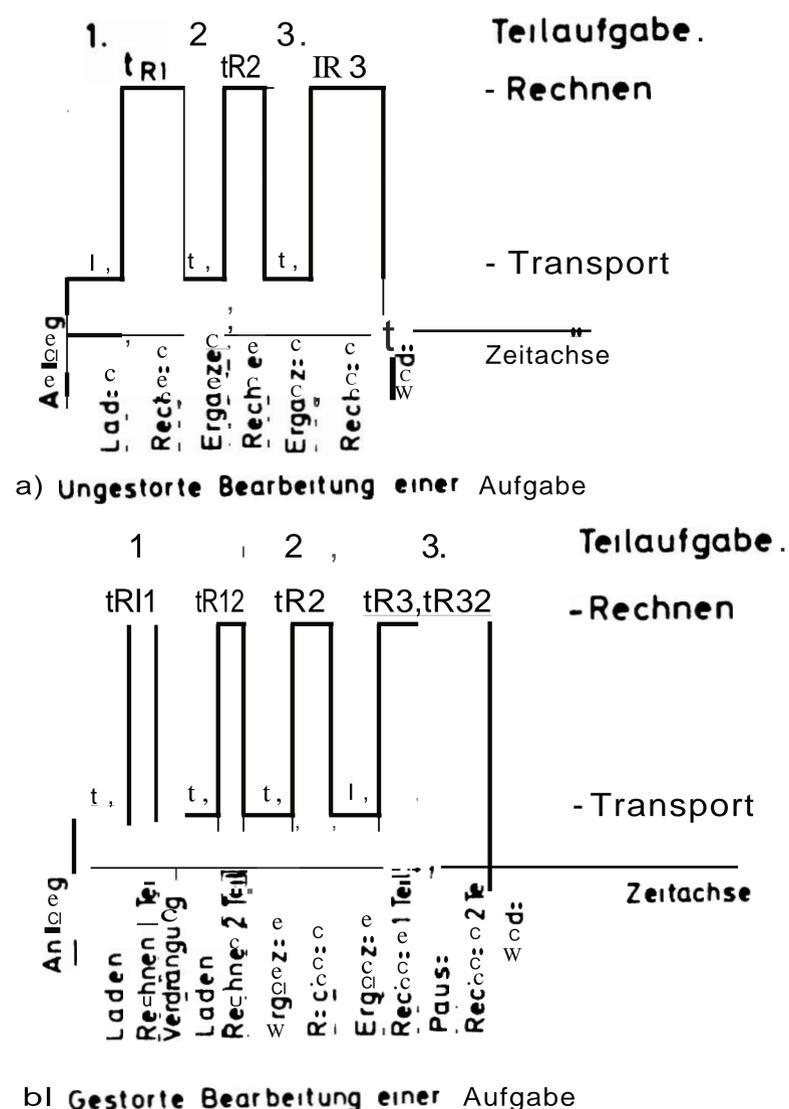


Bild 1  
Zur Definition der Teilaufgabe innerhalb einer Aufgabe

erwartungswert der Teilaufgaben  $E(t_R)$ , so liefert der Prozess ein Angebot

$$A = \lambda \cdot E(t_R). \quad (2.1)$$

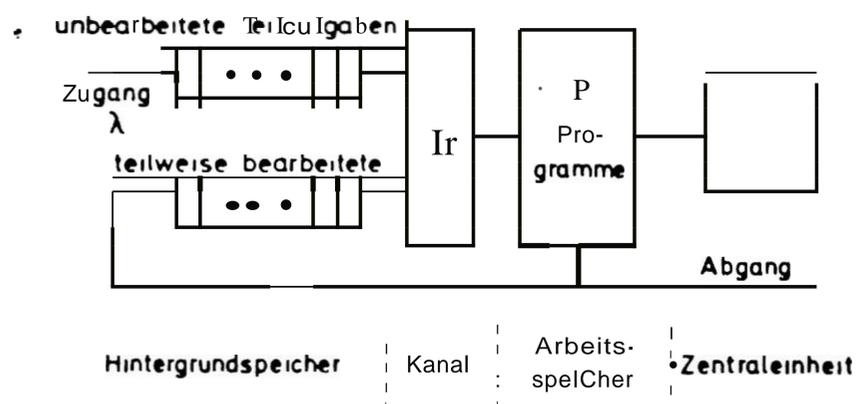


Bild 2

Modell eines Teilnehmerrechnersystems mit begrenztem Arbeitsspeicher. Es gibt nur einen Transportkanal.

Messungen der statistischen Verteilung der Rechenzeiten von Teilaufgaben bei der TELEFUNKEN TR 440 haben ergeben, daß ein hoher Prozentsatz wenig und der Rest sehr viel Rechenzeit beanspruchen. Als Näherungen an solche Messkurven eignen sich vorzüglich die stückweise exponentiellen Verteilungen [1]. Es hat sich gezeigt, daß Approximationen mit zwei exponentiellen Anteilen ausreichen, so daß sich die Rechenzeitverteilung der Teilaufgaben ergibt zu

$$P(t_R \leq t) = \begin{cases} A - e^{-\mu_1 t} & 0 \leq t \leq t_g \\ 1 - e^{-(\mu_1 - \mu_2)t_g - \mu_2 t} & t_g < t \end{cases} \quad (2.2)$$

Der Rechenzeiterwartungswert ist

$$E(t_R) = 1/\mu_1 + e^{-\mu_1 t_g} (1/\mu_2 - 1/\mu_1) \quad (2.3)$$

und die Streuung

$$\sigma^2 = 1/\mu_1^2 + 2(1/\mu_2 - 1/\mu_1)e^{-\mu_1 t_g} \quad (2.4)$$

Bild 3 zeigt stückweise exponentielle Verteilungen, die typische Messkurven für die Rechenzeiten von Teilaufgaben bei Stapel- bzw. Teilnehmerbetrieb gut annähern. Beide Kurven haben einen wesentlich größeren Variationskoeffizienten  $\sigma/E(t_R)$  als eine Exponentialfunktion. Besonders bei Stapelbetrieb treten sehr große Streuungen auf.

## 2.2 Transportzeitverteilung für Teilaufgaben

Die Transportzeit  $t_T$  zwischen Hintergrund- und Arbeitsspeicher ist im Modell eine Zufallsvariable mit dem Erwartungswert  $E(t_T)$ . Messungen haben ergeben, daß eine Exponentialverteilung

$$P(t_T \leq t) = 1 - e^{-t/E(t_T)} \quad (2.5)$$

Die Abarbeitung von Aufgaben durch Rechnen an Teilaufgaben mit Ergänzungstransporten ist also so nachgebildet, daß im Hintergrundspeicher nächste Teilaufgaben einer Aufgabe aus einem Poisson-Prozess eintreffen. Die Zugangsrate  $\lambda$  ist gleich dem Durchsatz des Teilnehmer-systems. Die Verweilzeit einer Teilaufgabe beginnt, sobald sie unbearbeitet im Hintergrundspeicher eingetroffen ist und endet, wenn sie im Arbeitsspeicher fertiggerechnet ist.

## 2.1 Rechenzeitverteilung der Teilaufgaben

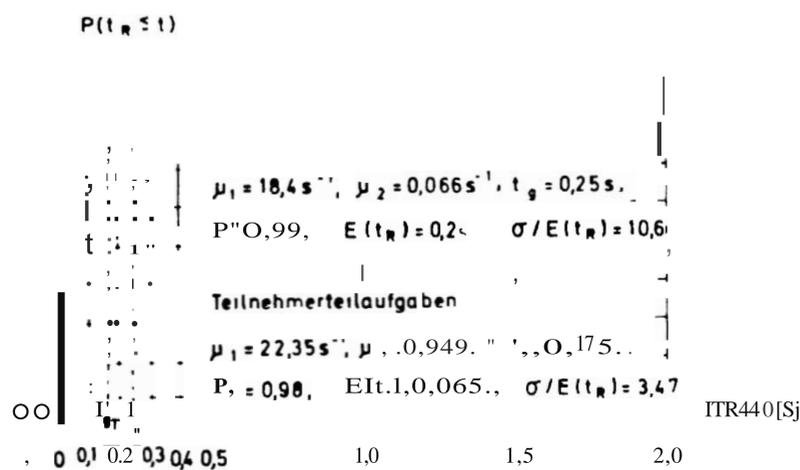


Bild 3

Näherungen an typische Messkurven für die Rechenzeitverteilung von Teilaufgaben nach Gl. (2. 2)

Parametern  $T$  nach Bild 3. Die Zeitzuteilung ist optimal, wenn unbearbeitete Teilaufgaben die Zentraleinheit für die Zeit  $t_g (=0.175s)$  erhalten, ohne dabei unterbrochen zu werden. Teilaufgaben, die dann nicht fertiggestellt sind, haben eine exponentielle Restrechenzeitverteilung mit dem Erwartungswert  $1/\mu_2$  und sind in beliebiger Reihenfolge dann zu rechnen, wenn keine unbearbeiteten Teilaufgaben warten. Jede unbearbeitete Teilaufgabe unterbricht sofort die Arbeit an jeder Teilaufgabe, die schon länger als  $t_g$  bearbeitet wurde. Bei begrenztem Arbeitsspeicher ist es plausibel, daß diese Zeitzuteilung für alle Teilaufgaben anzuwenden ist, die im Arbeitsspeicher warten.

#### 4. Berechnung für unbegrenzten Arbeitsspeicher

Aufgrund der Annahmen für den Zugangsprozess, die Transportzeitverteilung und die Rechenzeitverteilung ist bei unbegrenztem Arbeitsspeicher die minimale mittlere Verweilzeit für jedes Angebot berechenbar. Es liegt eine Aufeinanderfolge einer  $(M/M/1)$  Servicestelle (Kanal) und einer  $(M/R/1)$  Bedienstelle (Zentraleinheit) vor.  $R$  steht für die Rechenzeitverteilung. Die Verweilzeiten dürfen addiert werden. Für den Kanal erhält man /3/

$$E(t_v)_{\text{Kanal}} = \frac{E(t_T)}{1 - \lambda E(t_T)} \quad (4.1)$$

Für die Zentraleinheit ist die mittlere Verweilzeit  $E(t)R$  in /1/ angegeben. Die mittlere Verweilzeit von Teilaufgaben ist verner

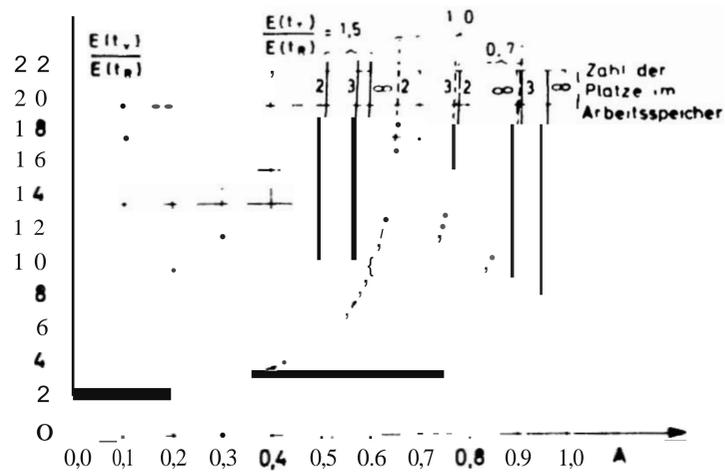
$$E(t_v) = E(t_v)_{\text{Kanal}} + E(t_v)_{\text{Rechner}} \quad (4.2)$$

Normiert man auf den Rechenzeiterwartungswert  $E(t_R)$ , so ergibt sich für verschiedene Verhältnisse von Transportzeit- zu Rechenzeiterwartungswert  $E(t_T)/E(t_R)$  eine Kurvenschar (Vgl. Bild 4). Der Quotient  $E(t_T)/E(t_R)$  kennzeichnet die Belastung der Bedienstellen Kanal und Rechner. Bei  $E(t_T) = E(t_R)$  liegt "Anpassung" vor. Für beide Rechenzeitverteilungen in Bild 3 ergibt sich bei optimaler Zeitzuteilung näherungsweise die gleiche Kurvenschar.

als Näherung zulässig ist. In manchen Fällen ist die Streuung der Transportzeiten kleiner, so daß hier ein relativ ungünstiger Fall der Transportzeitverteilung betrachtet wird.

#### 3. Optimale Zeitzuteilung

Die Annahme einer stückweise exponentiellen Rechenzeitverteilung für Teilaufgaben erlaubt es, die optimale Zeitzuteilung für eine minimale mittlere Verweilzeit bei unbegrenztem Arbeitsspeicher zu berechnen /2/. Eine unbearbeitete Teilaufgabe habe die Rechenzeitverteilung Gl. (2. 2) mit den



**Bild 4**

Mittlere Verweilzeit über dem Angebot für die Teilaufgaben-Rechenzeitverteilung  $\bar{T}$  (Bild 3).  $\bar{P}$  Programmeaufgaben in 2 Klassen trennt: Entweder haben gleichzeitig im Arbeitsspeicher Platz ( $P = 2, 3, \infty$ ). Verschiedene Transport-Rechenzeitverhältnisse  $E(t_T)/E(t_R)$ .

Unbearbeiteten und alle Langrechner sind untereinander gleichwertig, solange nur die mittlere Verweilzeit betrachtet wird. Die Platzzuteilung muß festlegen, aus welcher der beiden Klassen ein freier Platz im Arbeitsspeicher belegt wird. wann der Kanal belegt werden soll und ob ein Langrechner verdrängt werden soll. Es gibt 5 Situationen im Modell. in denen die Platzzuteilung entschieden werden muß. Bezeichnet man einen freien Platz mit 0. einen mit einer Langrechnerteilaufgabe belegten mit L und einen mit einer Teilaufgabe. die noch nicht die Zeit  $t$  verbraucht hat. mit N (neu). so sind Entscheidungen notwendig in den Belegungs Zuständen 00, ON, OL, LL. Bei LL muß in zwei Fälle unterschieden werden. je nach dem. ob eine unbearbeitete Teilaufgabe im Hintergrundspeicher wartet oder nicht. Die Strategie bestimmt WAR (warten; rechnen. aber nicht transportieren).

LAN (Laden einer neuen (unbearb. ) Teilaufgabe )

LAL (Laden eines Langrechners)

VER (Verdrängen eines Langrechners)

Es gelingt durch Vorüberlegung, Platzzuteilungsstrategien aus der Untersuchung auszuschneiden. Trotzdem bleiben 31 Strategien zur experimentellen Untersuchung übrig. Der Vergleich wurde bei Anpassung der Transport- an die Rechenleistung  $E(t_T) = E(t_R)$  durchgeführt, weil sich hier aufgrund unterschiedlicher Kanalbelegung verschiedene Strategien besonders gut messtechnisch unterscheiden lassen. Für  $E(t_T)/E(t_R) = 0, 0$  kann man für verschiedene Strategien praktisch keinen Unterschied feststellen. für  $E(t_T)/E(t_R) = \infty$  ist die Platzzuteilung first in first out optimal. Die Untersuchung bei  $E(t_T) = E(t_R)$  läßt sich auch dadurch rechtfertigen. daß eine entsprechend dimensionierte Rechanlage leistungspreisgünstig wird.

## 5. Simulation für einen Arbeitsspeicher, der genau zwei Teilaufgaben faßt

Bei begrenztem Arbeitsspeicher erhebt sich im Gegensatz zum unbegrenzten die Frage, ob nicht auch Verdrängungen von Teilaufgaben vorgenommen werden müssen. Außerdem interessiert, wie gut die in Bild 4 dargestellten Resultate für den unbegrenzten Arbeitsspeicher bei zwei Plätzen angenähert werden können. Die Untersuchung aller denkbaren Zuteilungsstrategien für Arbeitsspeicherplatz durch Simulation wird deshalb möglich, weil die bereits bekannte optimale Zeitzuteilung alle Teilaufgaben in 2 Klassen trennt: Entweder ist eine Teilaufgabe unbearbeitet, oder aber sie hat bereits mindestens die Rechenzeit  $t$  verbraucht und gehört deshalb zu den "Langrechnern". Alle

## 5.1 Ergebnisse

Platzzuteilungsstrategien ergeben laut Simulationsmessung für jede gegebene mittlere Verweilzeit dann ein größtes Angebot, wenn genau ein Langrechner im Arbeitsspeicher gehalten wird und für Teilaufgaben mit der Rechenzeitverteilung  $T$  (Bild 3) bevorzugt unbearbeitete Teilaufgaben geladen werden. Für die Verteilung  $S$  (mit größerer Streuung der Rechenzeiten) ist noch mehr Gewicht darauf zu legen, daß ein Langrechner im Arbeitsspeicher ist, denn hier wird gegebenenfalls ein Langrechner geladen, obwohl auch unbearbeitete Teilaufgaben warten. Für beide Verteilungen gilt, daß nicht zwei Langrechner im Arbeitsspeicher bleiben dürfen, wenn unbearbeitete Teilaufgaben warten. Bild 4 enthält für die bei Teilnehmerbetrieb gemessene Rechenzeitverteilung  $T$  einen Vergleich der Simulationsergebnisse für 2 Plätze im Arbeitsspeicher bei der oben beschriebenen Platzzuteilung mit den für unbegrenzten Arbeitsspeicher nach Gl. (4.2) berechneten Kurven. Man sieht, daß bei Transportengpaß  $E(t_T)/E(t_R) = 1,5$  ein vergrößerter Arbeitsspeicher für jede gegebene mittlere Verweilzeit das zulässige Angebot nur wenig erhöht. Und man stellt fest, daß bei Rechnerengpaß  $E(t_T) < E(t_R)$  für die angegebenen Beispiele 2 Plätze ein erheblich schlechteres Resultat als ein unbegrenzter Arbeitsspeicher liefern. Man sieht gleichzeitig, daß es besser ist, ein System mit begrenztem Arbeitsspeicher bei Rechnerengpaß zu betreiben, als mit unbegrenztem Arbeitsspeicher bei Transportengpaß. Viele heute bekannte Teilnehmerrechensysteme werden mit einem Transportengpaß und großem Arbeitsspeicher betrieben. Aus Bild 4 ist ersichtlich, daß sie falsch dimensioniert sind. Man kann zeigen, daß erst für  $E(t_T)/E(t_R) < 0,3$  die Kurve des Modells für 2 Plätze die entsprechende Kurve des unbegrenzten Arbeitsspeichers gut annähert. Bild 5 zeigt für die Rechenzeitverteilung  $S$  (Bild 3), daß es bei günstiger Platzzuteilung möglich ist, mit wenigen Plätzen im Arbeitsspeicher auszukommen. Selbst in besonders ungünstigem Fall der Anpassung  $E(t_T) = E(t_R)$  kommt man nahezu mit 2 Plätzen aus.

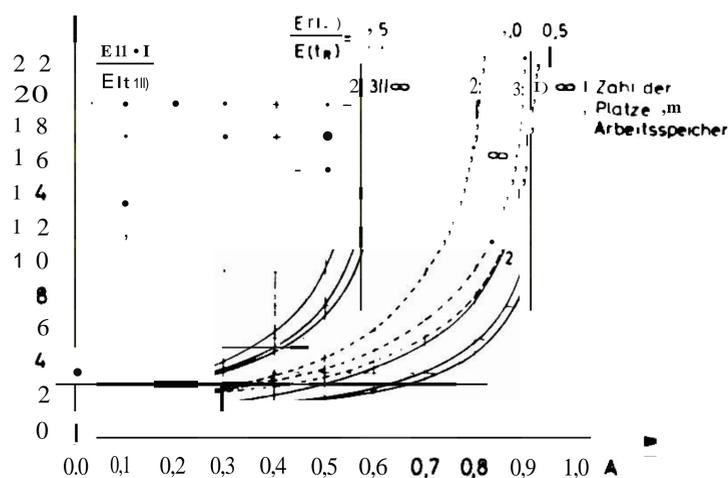


Bild 5

Mittlere Verweilzeit über dem Angebot für die Teilaufgaben-Rechenzeitverteilung  $S$  (Bild 3). Im Unterschied zum Bild 4 erhält man schon mit 2 Plätzen gute Resultate. Ein Transportengpaß kann nicht durch besonders großzügig ausgelegten Arbeitsspeicher kompensiert werden.

## 6. Simulation für einen Arbeitsspeicher mit 3 Plätzen

Es ist zur Beurteilung der erforderlichen Größe des Arbeitsspeichers notwendig, auch ein Modell mit drei Teilaufgaben im Arbeitsspeicher zu untersuchen. Die Festlegung der günstigsten Platzzuteilungsstrategie ist sehr aufwendig, denn es sind hier 10 verschiedene Belegungszustände des Arbeitsspeichers zu berücksichtigen (jeder der drei Plätze kann im Entscheidungszeitpunkt im Zustand 0, N oder L sein). Nach Ausscheidung von offensichtlich unbrauchbaren Strategien bleiben noch mehr als 150 mögliche Platzzuteilungen zur Untersuchung durch Simulation übrig. Verwendet man die im Modell mit 2 Plätzen für die zwei

Rechenzeitverteilungen gewonnenen Erfahrungen, so ergibt sich eine Strategie, bei der möglichst ein Langrechner und zwei Teilaufgaben mit verbrauchter Rechenzeit  $t \leq t_g$  im Arbeitsspeicher sind. Dieser Zustand ist möglichst zu erhalten. Bild 4<sup>g</sup> zeigt Simulationsergebnisse unter Verwendung dieser erwartungsgemäß günstigen Strategie. Bei  $E(t_T)/E(t_R) < 0.7$  kann man sagen, daß ein Arbeitsspeicher mit drei Plätzen so gute Resultate liefert, daß auf den unbegrenzten verzichtet werden kann. Wendet man diese Strategie auf Teilaufgaben mit der Rechenzeitverteilung  $S$  an, so ergeben sich die Kurven in Bild 5.

## 7. Schlußbemerkungen und Zusammenfassung

Das Modell berücksichtigt nicht, daß Ergänzungstransporte für Teilaufgaben einer Aufgabe (Bild 1a) im Mittel weniger Zeit beanspruchen könnten als Lade- und Verdrängungstransporte zum Austauschen von Programmen. Erste Simulationsergebnisse eines entsprechenden Modells zeigen, daß Verdrängungen dann zu unterlassen sind, wenn die dafür notwendige Zeit in die Größenordnung des Restrechenzeiterwartungswertes  $1/\mu_2$  der Langrechner kommt. Die optimale Zeitzuteilung bleibt davon unberührt.

Es wurde gezeigt, daß zur Bearbeitung von Teilaufgaben, deren Rechenzeiten stark streuen, ein Arbeitsspeicher mit nur wenigen Programmplätzen ausreicht, wenn die optimale Zeitzuteilungs- und eine günstige (einfache) Platzzuteilungsstrategie angewandt wird. Das Ergebnis ist nicht streng an die untersuchten Rechenzeitverteilungen gebunden. Beispielsweise kann der Prozentsatz  $(1-P_g)$  der Langrechner bei konstanter Streuung der Rechenzeiten durchaus größer sein, ohne daß die Simulationsergebnisse sich nennenswert ändern. Bei genügend großer Streuung benötigt man nur zwei Programmplätze. Messungen in Rechensystemen haben ergeben, daß in guter Näherung die Wahrscheinlichkeit, daß auf eine Teilaufgabe eine weitere nachfolgt, konstant ist. Bisher sind keine Abhängigkeiten der Transportzeiten von den Teilaufgaben festgestellt worden. Man kann für unbegrenzten Arbeitsspeicher sagen, daß bei einem Poisson-Zugangsprozess von Teilaufgaben die angegebenen Zeit- und Platzzuteilungsstrategien nicht nur die mittlere Verweilzeit von Teilaufgaben, sondern auch von Aufgaben minimieren.

Es ist bisher nicht gesichert, daß das auch bei begrenztem Arbeitsspeicher gilt. Hier sind weitere Simulationsexperimente notwendig.

Die mitgeteilten Ergebnisse weisen nach, daß es bei Transportengpaß nicht möglich ist, durch großzügigen Ausbau des Arbeitsspeichers ein ähnlich gutes Ergebnis, wie ohne Transportengpaß mit kleinem Arbeitsspeicher zu erzielen. Diese Aussage bleibt auch für Stapelbetrieb gültig.

Die angegebene Zahl von notwendigen Programmplätzen gilt nur bezüglich des schnellen Transportweges. Für weitere Kanäle ist ein ihrer Transportleistung angemessener Puffer vorzusehen.

## Literatur

- /1/ Walke, Bund Küspert, H. J. (AEG-TELEFUNKEN, Ulm),  
Teilnehmerrechensysteme: Mittlere Verweilzeiten bei optimaler  
Rechenzeituteilung.  
Elektron. Rechenanlagen 13(1971), H.5, S. 193 - 199.
- /2/ Olivier, G. (AEG-TELEFUNKEN, Ulm)  
Optimale Zeitzuteilung für wartende Rechenaufgaben.  
Elektron. Rechenanlagen 9 (1967), H.5, S. 218 - 224.
- /3/ Jaiswal, N. K.  
Priority Queues  
Academic Press, New York and London 1968.